1.Feladat: A paraméter milyen értékei esetén tartozik az egyenlet megoldása az intervallumhoz?

A.h.: és feltételek alapján

A közös nevező amellyel szorzunk, így

Zárójelbontás és az „” változóra történő rendezés

A tört értelmezése szerint ezután rátérhetünk a feladat kérdésére

1.eset: amely átalakítva tehát

Zérushelyek, számláló nevező táblázatban

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

A megoldáshalmaz:

2.eset: amely átalakítva

Zérushelyek, számláló amelyből nevező táblázatban

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

A megoldáshalmaz:

A feltételek közötti vagy kötőszó értelmében a közös rész

Megjegyzések: 1-a feladat szövege azt is kérdezhette volna: Van-e olyan egész szám, amelyre az egyenlet megoldása az intervallumba esik? Ekkor a feltételnek eleget tevő, egyetlen érték lenne a válasz, azonban az alaphalmaz feltételvizsgálat miatt azt válaszoljuk, nincs olyan egész paraméterérték.

2-A feladat szövege arra is utasíthatott volna: Adjon meg egy olyan valós szám paraméterértéket, amelyre az egyenlet megoldása az intervallumba esik! Ekkor pl. értékre teszteljünk amelyből

Szorozzunk a közös nevezővel, így zárójelbontás

összevonás rendezés után ebből amely megoldás valóban az intervallumba esik.

3-A feladat szövege konkrét „” paraméterértékhez tartozó megoldást is kérhetett volna vagy konkrét „” értékhez tartozó paraméterérték meghatározását.

2.Feladat: A paraméter milyen értékei esetén lesz pozitív gyöke az egyenletnek?

Ahhoz, hogy a másodfokú egyenletnek 2db gyöke legyen, ahhoz a diszkrimináns tétel értelmében a gyökjel alatti mennyiségnek nemnegatívnak kell lennie, megoldandó egyenlőtlenség.

Együtthatók helyettesítve

A megoldandó negyedfokú egyenlőtlenségnek feltételezzük, hogy vannak racionális gyökei.

A racionális gyökök számlálói: a racionális gyökök nevezői:

A lehetséges racionális gyökök:

Teszteljük gyököt, amely elsőfokú szorzótényezőt jelent:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| ۩ |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Tehát gyöke, így

Teszteljük a visszamaradó harmadfokú polinomra gyököt, amely elsőfokú szorzótényezőt jelent:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| ۩ |  |  |  |
|  |  |  |  |

Tehát gyöke, így

A visszamaradó másodfokú polinom gyökei tehát

A megoldandó egyenlőtlenség:

A négyzetre emelés (és a páros hatványkitevős hatványozás) értékkészlet tulajdonsága szerint vagyis a bal oldalon lévő polinom akkor és csakis akkor lehet nemnegatív, ha

Ez a pozitív főegyütthatós (tehát felfelé nyíló) másodfokú polinom a kisebbik gyöktől kisebb vagy a nagyobbik gyöktől nagyobb valós értékek esetén teljesíti a kért relációt

Tehát az eredetileg megadott másodfokú paraméteres egyenletnek akkor van 2db (nem feltétlenül különböző) gyöke, ha paraméter értékei .

Most térjünk rá arra, hogy a gyökök legyenek egyidejűleg pozitív előjelűek. Ez a Viéte formulák felhasználásával biztosítható, mégpedig, ha valamint feltételek teljesülnek.

1.feltétel: ahol .

Mivel a számlálóban lévő másodfokú polinomnak nincsenek valós gyökei, így a pozitív előjelű főegyüttható értelmében minden paraméter érték esetén pozitív. Tehát a teljes tört akkor lehet pozitív, ha a nevező is pozitív.

Az polinom gyökei a kért reláció teljesül, ha

2.feltétel: ahol .

A számláló zérushelye táblázatba foglalva:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Tehát a kért reláció teljesül, ha

Összesítve a feltételeket, adódik, hogy a megadott paraméteres másodfokú egyenletnek paraméterértékek esetén lesz 2db pozitív gyöke.

Teszteljük a megoldást, legyen pl. ekkor helyettesítés után amelynek gyökei

Megjegyzések: 1-abban az esetben, ha a feladat (előjeltől függetlenül) egybeeső gyök feltételt szab, akkor diszkrimináns vizsgálat történik. Ekkor szorzatalakra hozott negyedfokú egyenlet akkor és csakis akkor lehet nulla értékű, ha valamely szorzótényező nulla értékű, tehát

2-abban az esetben, ha a feladat (nem feltétlenül különböző) de negatív előjelű megoldást kell adni, akkor a

diszkrimináns vizsgálat után a Viéte formulákkal valamint feltételeket vizsgálunk.

Ebben az esetben illetve továbbá feltételek közös részét keressük, amely értékek esetén teljesül.

3.Feladat: Megoldandó

Az ismétlődő mennyiségek miatt vezessünk be segédváltozókat, így legyenek

Ezek alapján az egyenletrendszert átírhatjuk:

Az együtthatókból felírható kiegészített determináns:

Alkalmazzuk a Gauss eliminációt, tehát az első sor első elemének felhasználásával nullázzuk ki az első oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezután a második sor második elemének felhasználásával nullázzuk ki a második oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezután a harmadik sor harmadik elemének felhasználásával nullázzuk ki a harmadik oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezután a negyedik sor negyedik elemének felhasználásával nullázzuk ki a negyedik oszlop további elemeit, ehhez az elvégzendő műveletek:

Ebből adódik:

Ezek alapján amelyből folytatva a visszafejtést amelyből folytatva a visszafejtést amelyből folytatva a visszafejtést amelyből végül

amelyből .

A segédváltozók értékeinek meghatározása után amelyből innen továbbá

amelyből innen valamint amelyből innen illetve amelyből innen végül amelyből innen .

Tehát a megoldások:

Megjegyzés: ugyanezeket a megoldásokat kapjuk akkor is, ha a megadott egyenletrendszer bal oldalán zárójeleket bontunk, összevonunk, rendezünk és csak hozunk be segédváltozókat.

4.Feladat: Determináns számítással oldja meg az egyenletrendszereket!

a)

A változók együtthatóiból felírható determináns és annak értéke:

Az „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke:

Az „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke:

Ellenőrzés: valamint

b)

A változók együtthatóiból felírható determináns és annak értéke:

Az „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke:

Ebből

Az „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke:

Fejtsük ki a determinánst pl. az első sor szerint, amelynél figyeljünk az előjelekre:

Ebből

A „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és az „” értéke:

Fejtsük ki a determinánst pl. a második oszlop szerint, amelynél figyeljünk az előjelekre:

Ebből

Ellenőrzés: valamint továbbá

5.Feladat: Bontsa parciális törtek összegzésére a megadott algebrai törtet!

A.h.: amelyből innen vagyis továbbá innen valamint innen .

Mivel a számlálóban nagyobb fokszámú polinom van, mint a nevezőben, így polinomosztással kezdünk:

Tehát

Alkalmazzuk a parciális törtekre bontás módszerét a visszamaradó algebrai törtre:

Hozzunk közös nevezőre a feltételezett résztörteknél:

A számlálóban bontsuk fel a zárójeleket, majd csoportosítsuk a tagokat:

Az együtthatók egyeztetése elv alapján a megoldandó egyenletrendszer:

Az utolsó kettő összefüggés értelmében: amelyek alapján:

Az együtthatókból felírható determináns és annak értéke:

A „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és „” értéke:

A „” változó értékének meghatározásához felírható determináns annak értéke és „” értéke:

Tehát

Ellenőrzés: